|  |  |
| --- | --- |
| Asignatura | Matemáticas III |
| Unidad | Unidad 3. La recta y su ecuación cartesiana |
| Aprendizaje | * Describe a la recta como un lu­gar geométrico, identificando los elementos que la definen. * Entiende a la pendiente de una recta, como un invariante. * Obtiene la ecuación de una rec­ta, dadas dos condiciones. |
| Temática | Ecuación de la recta dados:   * Dos puntos. * Un punto y la pendiente. * La pendiente y la ordenada al origen. * Un punto y el ángulo de inclinación. |

**Tema: Ecuación de la recta; pendiente, graficación de la ecuación de la recta, determinación de la pendiente y de la ordenada al origen. Cálculo del ángulo entre dos rectas.**

**Pantalla 1**

**Ecuación general de la recta.**

En un sistema coordenado cartesiano, una recta se define como el lugar geométrico de todos los puntos que tomados dos a dos, dan una pendiente, calculada por la fórmula , que es siempre constante. Los puntos en cuestión tienen coordenadas y *.*

Geométricamente, un conjunto es una recta, si el ángulo de inclinación es el mismo para cualquier segmento determinando por dos puntos del conjunto

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

El segmento AB determina el mismo ángulo de inclinación que el segmento BC.

Para determinar la ecuación de una recta, basta con conocer dos elementos de esta; a saber, un punto y su pendiente, o dos puntos.

En el primer caso, si es un punto de la recta y m su pendiente, cualquier punto de la recta satisfará la ecuación conocida como la ecuación punto pendiente de la recta.

En el segundo caso, si yson dos puntos distintos de la recta, cualquier punto sobre ésta cumplirá la ecuación , conocida como la ecuación dos puntos de la recta.

En cualquiera de los dos casos, la ecuación que se obtiene al desarrollar los productos y simplificar es , conocida como la ecuación general de la recta. De manera recíproca, cualquier ecuación de esta forma representa a una recta.

**Graficación de una recta.**

Para graficar una recta, basta conocer un punto de ésta y su pendiente. Supongamos una recta tiene pendiente y pasa por el punto . Si es otro punto que está sobre la recta, se debe cumplir que

Entonces, si consideramos y , tenemos que y , es decir, podemos obtener el punto sumando c a la coordenada de P y a la coordenada .

Gráfico

Descripción generada automáticamente

Cuando tenemos dos puntos podemos trazar la recta.

Si tenemos una recta con ecuación general con , es posible encontrar dos puntos que la satisfacen, de la siguiente manera: primero sustituimos x=0 en la ecuación y obtenemos

Es decir, el punto satisface la ecuación; la coordenada y de este punto se conoce como ordenada al origen de la recta y se denota por b. De manera análoga, sustituyendo y=0 en la ecuación, encontramos que también la satisface. Ahora, si calculamos la pendiente con las coordenadas de los puntos R y S, obtenemos

Entonces, podemos graficar la recta con ecuación , considerando el punto y la pendiente . Notemos que estos elementos se pueden obtener al despejar la variable y de la ecuación general de la recta:

La última ecuación se conoce como ecuación ordenada-pendiente de la recta.

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Revisa aquí el recurso ‘Graficación de una recta’ <https://www.geogebra.org/m/x59euysa>

**Pantalla 2**

**Cálculo del ángulo entre dos rectas.**

Si θ es el ángulo de inclinación de una recta entonces su pendiente, m, satisface

Ahora, si queremos calcular el ángulo entre dos rectas podemos considerar la diferencia del ángulo de inclinación de cada una. Supongamos que y son dos rectas con ángulos de inclinación y respectivamente, como se muestra en la figura.

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

El ángulo entre las rectas es y se puede calcular como

Entonces, considerando que las pendientes de las rectas y satisfacen que y , respectivamente, tenemos que

Es decir, podemos calcular la tangente del ángulo entre las rectas y por medio de sus pendientes.

Debemos notar que las rectas y determinan dos ángulos, y . . El ángulo que estamos calculando en este caso es , pues, estamos considerando primero el ángulo de inclinación (y por lo tanto su pendiente) de la recta .

Gráfico, Gráfico de líneas

Descripción generada automáticamente

Si consideramos el intervalo como el dominio de la función , la función devolverá valores en este intervalo; por otro lado, el ángulo entre dos rectas toma valores en el intervalo (0,180°). Entonces para calcular el ángulo entre dos rectas debemos considerar los siguientes tres casos

Caso 1: Si entonces

Caso 2: Si entonces

Caso 3: Si entonces .